

## بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی

دکتر ابراهیم ریحانی\*

شهرناز بخشعلی‌زاده\*\*

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

مجتبی اسکندری\*\*\*

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

### چکیده

هدف این پژوهش، بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله و واکنش آنها به این نوع موقعیت‌ها بود. به این منظور، یک آزمون طرح مسئله بر مبنای چارچوب استویانو و ال‌رتن تهیه و اجرا شد. جهت بررسی دقیق‌تر عملکرد دانش‌آموزان، بر مبنای مطالعات قبلی و تجارب محققان و نیز بررسی اولیه مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، یک چارچوب برای بررسی مهارت طرح مسئله آنها طراحی شد. نمونه مورد مطالعه ۶۵ دانش‌آموز پسر در پایه سوم راهنمایی در شهرستان باقرشهر بود که به شیوه‌ی نمونه‌گیری در دسترس انتخاب شدند. تحقیق حاضر از نوع کیفی و روش مورد استفاده، توصیفی-تحلیلی با استفاده از تحلیل محتوا است. به منظور کسب آگاهی بیشتر از واکنش‌های دانش‌آموزان هنگام رویارویی با تکالیف طرح مسئله و نوع موقعیت‌هایی که ترجیح می‌دهند، پرسشنامه‌های شامل سه سؤال نیز بین ۳۲ نفر از آنها توزیع شد. تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد، دانش‌آموزان در موقعیت ساختاریافته‌ی طرح مسئله عملکرد بهتری نسبت به موقعیت‌های نیمه ساختاریافته و آزاد دارند و طرح مسئله در این موقعیت‌ها را نیز نسبت به دو موقعیت دیگر ترجیح می‌دهند. اما در مجموع، عملکرد آنها در طرح مسئله ریاضی بسیار ضعیف و تأمل‌برانگیز بود. به طوری که در موقعیت نیمه ساختاریافته، ۸۴٪

\* استادیار گروه ریاضی (نویسنده مسئول) e\_reyhani@yahoo.com

\*\* کارشناس ارشد پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش

\*\*\* دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

و در موقعیت آزاد، ۶۵٪ از دانش‌آموزان موفق به طرح حتی یک مسئله صحیح نشده بودند. همچنین، اکثر مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، تکرار مسئله‌های موجود در کتاب درسی بود که نشانگر وابستگی آنها به کتاب، و فقدان تجربه کافی برای طرح ایده‌ها و مسائل جدید، و شاید عدم وجود فرصت برای پرورش مهارت تفکر واگرا است.

**واژه‌های کلیدی:** طرح مسئله ریاضی، موقعیت طرح مسئله، آموزش ریاضی، دانش‌آموزان، سوم راهنمایی.

#### مقدمه

برای سال‌ها، حل مسئله هدف نهایی یادگیری ریاضی در نظر گرفته می‌شد. در حال حاضر، معلمان و متخصصان آموزش ریاضی در این امر که حل مسئله باید بخشی از تجارب ریاضی هر دانش‌آموز باشد، اتفاق نظر دارند. با گذشت زمان و اهمیت یافتن پرورش و رشد مهارت‌های تفکر در سطح بالاتر مانند تفکر خلاق در برنامه‌های آموزشی، مهارت طرح مسئله<sup>۱</sup> و مزایای به‌کارگیری فعالیت‌های مرتبط با آن در فرایند یاددهی - یادگیری و ارزیابی، توجه آموزشگران ریاضی را به خود جلب کرده است. با وجود این، ایجاد فرصت تجربه طرح مسئله ریاضی برای دانش‌آموزان، هنوز مورد توجه جدی قرار نگرفته است. در این مورد سیلور<sup>۲</sup> (۱۹۹۴) می‌گوید:

گرچه خود مسائل، مورد مطالعه و بررسی‌های دقیق قرار گرفته‌اند اما توجه کمی به ایجاد تنوع در منبع مسائلی که دانش‌آموزان در مدرسه حل می‌کنند، شده است. ... اغلب از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که مسائل مطرح شده به وسیله‌ی معلم یا کتاب را حل کنند و به ندرت از آنها خواسته می‌شود که مسائل خودشان را طرح کنند (ص. ۱۹).

کای و هوانگ (۲۰۰۲) در بخشی از مطالعه خود، ارتباط بین عملکرد حل مسئله و طرح مسئله دانش‌آموزان چینی و آمریکایی را در پایه ششم مورد بررسی قرار داده و دریافته‌اند که در مدارس این دو کشور، تکالیف طرح مسئله به ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرد و دانش‌آموزان تجربه زیادی در طرح مسئله ندارند.

در چند دهه‌ی اخیر به تدریج بر گنجاندن فعالیت‌های طرح مسئله در فرایند آموزش ریاضی تأکید شده و برای این کار مزیت‌هایی بیان شده است. به عنوان مثال، لی‌وی و

شریکی<sup>۳</sup> (۲۰۰۷) معتقدند: در نظر گرفتن فعالیت‌های طرح مسئله در تدریس ریاضی به معلمان کمک می‌کند تا نسبت به ادراکات و دانش ریاضی دانش‌آموزان بصیرت بهتری به دست آورند. همچنین می‌تواند به کاهش وابستگی آنها به معلم و کتاب درسی کمک کند. آنها بر این باور هستند که وقتی دانش‌آموز به جای معلم به طرح مسئله می‌پردازد، بر محتوای درس احساس تملک پیدا می‌کند و بدین وسیله دانش خویش را می‌سازد. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا<sup>۴</sup> (NCTM، ۲۰۰۰) در کتاب اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای بیان می‌کند که معلمان باید به طور مرتب از دانش‌آموزان بخواهند تا مسائل ریاضی جالب توجه بر مبنای موقعیت‌های متنوع، هم درون ریاضیات و هم بیرون آن، طرح کنند. کیلپاتریک<sup>۵</sup> (۱۹۸۷) معتقد است طرح مسئله یکی از ملزومات حل مسئله است و نباید آن را فقط به عنوان یک هدف تلقی کرد، بلکه باید به طرح مسئله به عنوان یک ابزار برای آموزش نیز نگریست. بنابراین، بهتر است در کنار سایر فعالیت‌های ریاضی از جمله حل مسئله، فرصت‌هایی برای طرح مسئله توسط دانش‌آموزان ایجاد شود. در این راستا سانگ، یم، شاین و لی<sup>۶</sup> (۲۰۰۷) اظهار می‌دارند: بسیار مطلوب است که پس از طرح و حل یک مسئله باز پاسخ، به جای طرح یک مسئله سطح بالاتر، دانش‌آموزان را تشویق کنیم با استفاده از تعمیم یا تجزیه ساختار ریاضی، ارتباط‌ها و الگوها، به طرح مسئله جدید بر مبنای مسئله موجود بپردازند. انگلیش (۱۹۹۷) بر این باور است که اگر دانش‌آموزان را به بیان درک خود از مسائل تشویق کنیم، آگاهی مناسبی از پیشرفت ریاضی آنها به دست می‌آوریم که می‌تواند آموزش‌های بعدی را هدایت کند. اگر در پایان تدریس یک موضوع ریاضی از دانش‌آموزان بخواهیم مسائلی مرتبط با آن طرح کنند، دانش‌آموزان برای طرح موفقیت‌آمیز مسئله در موقعیت مفروض، سعی می‌کنند دانسته‌های خود را سازمان‌دهی و منسجم کرده و در قالب مسائل خوش‌تعریف بیان کنند. در این صورت، حتی اگر در طرح مسئله صحیح چندان موفق نباشند، تلاش صورت گرفته توسط آنها فرصت بازتاب روی محتوای مورد نظر را در اختیارشان قرار می‌دهد. این امر می‌تواند به فهم عمیق‌تر موضوع کمک کند و باعث شود دانش‌آموزان از طرح مسئله و در واقع یادگیری ریاضی لذت ببرند. پرورش توانایی طرح مسئله در آمریکا از سال ۱۹۹۸، به عنوان یکی از اهداف ریاضیات مدرسه‌ای در نظر گرفته شده و در چین از سال ۲۰۰۲ به اهداف ریاضیات مدرسه‌ای افزوده شده است (یوان و سریرامن ۲۰۱۱، ۷).

استویانوا و الرتن<sup>۹</sup> (۱۹۹۶) طرح مسئله را فرایندی می‌دانند که در آن دانش‌آموزان بر اساس تجارب ریاضی، تعابیر و تفاسیر شخصی خود را از موقعیت‌های واقعی می‌سازند و آنها را به صورت مسائل ریاضی معنادار، صورت‌بندی می‌کنند. او موقعیت‌های طرح مسئله را به سه دسته‌ی ساختاریافته، نیمه ساختاریافته و آزاد تقسیم می‌کند:

#### ۱- موقعیت طرح مسئله ساختاریافته: استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) موقعیتی برای طرح

مسئله را ساختاریافته در نظر می‌گیرند که در آن فعالیت‌های طرح مسئله بر اساس یک مسئله مشخص باشد. هدف از چنین موقعیت‌هایی کمک به دانش‌آموزان برای درک مسائل خاص و ساختارهای حل و نیز بررسی احتمال ارتباط بین صورت مسئله و ایده‌های حل است. به عنوان مثال، می‌توان مسئله‌ی اولیه بیان شده در شکل ۱ را در اختیار دانش‌آموزان قرار داد و از آنها خواست، هر تعداد مسئله جدید که می‌توانند، بر اساس این مسئله طرح کنند. در مسئله مذکور، تغییرات متفاوتی می‌توان ایجاد کرد. این تغییرات می‌تواند از یک تغییر ساده در کمیت‌ها تا ایجاد تغییرات کلی در مسئله باشد. چند نمونه از مسائلی که می‌توان با ایجاد تغییرات در مسئله اولیه طرح کرد، در شکل ۱ ارائه شده است.

**مسئله اولیه:** "برای رنگ‌آمیزی دیواری مستطیل شکل، با طول ۱۰ و عرض ۶ متر، به ۱۵ کیلوگرم رنگ نیاز داریم. با هر کیلوگرم رنگ، چند مترمربع از دیوار را می‌توان رنگ کرد؟"

**مسئله جدید ۱:** برای رنگ‌آمیزی دیواری مستطیل شکل، با طول ۱۲ و عرض ۳ متر، به ۹ کیلوگرم رنگ نیاز داریم. با هر کیلوگرم رنگ، چند مترمربع از دیوار را می‌توان رنگ کرد؟

**مسئله جدید ۲:** برای رنگ‌آمیزی دیواری مربع شکل، با طول ۴ متر، به ۸ کیلوگرم رنگ نیاز داریم. با هر کیلوگرم رنگ، چند مترمربع از دیوار را می‌توان رنگ کرد؟

شکل ۱: ارائه یک مسئله اولیه به دانش‌آموزان به عنوان موقعیت طرح مسئله ساختاریافته

#### ۲- موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته: در این موقعیت‌ها یک تکلیف باز به

دانش‌آموزان ارائه و از آنها خواسته می‌شود تا ساختار تکلیف را بررسی و آن را با بکارگیری دانش، مهارت‌ها و ارتباط با تجارب ریاضی گذشته خود تکمیل کنند. موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته به منظور تولید تعدادی مسئله مرتبط بر مبنای موقعیت‌هایی که دارای ساختارهای ناتمام هستند، مورد استفاده قرار می‌گیرد (استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶).

بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۷۱

به عنوان نمونه، می‌توان از دانش‌آموزان خواست مسئله‌ای طرح کنند که شامل مثلث قائم‌الزاویه باشد. یا یک معادله به دانش‌آموزان ارائه و از آنها خواسته شود برای معادله مفروض یک مسئله طرح کنند. موقعیت ارائه شده در شکل ۲، مثال دیگری از موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته را نشان می‌دهد. چند نمونه از مسائلی که می‌توان بر اساس این موقعیت طرح کرد، در شکل ۲ آورده شده است.

برای ساختن شکل‌های زیر از چوب کبریت استفاده شده است. برای الگوی شکلی زیر، مسئله مناسب طرح کنید.

(۱) (۲) (۳)

مسئله ۱: اگر به همین صورت شکل‌ها را ادامه دهیم، شکل چهارم از چند چوب کبریت تشکیل خواهد شد؟

مسئله ۲: اگر به همین صورت شکل‌ها را ادامه دهیم، شکل صدم از چند چوب کبریت تشکیل خواهد شد؟

مسئله ۳: اگر به همین صورت شکل‌ها را ادامه دهیم، شکل  $n$ -ام از چند چوب کبریت تشکیل خواهد شد؟

مسئله ۴: اگر به همین صورت شکل‌ها را ادامه دهیم، اختلاف تعداد چوب کبریت‌ها در شکل‌های ۹۹ و ۸۰ چقدر است؟

شکل ۲: الگوی شکلی به عنوان موقعیتی برای طرح مسئله

(برگرفته از آزمون تیمز ۱۰ پایه هشتم، ۲۰۰۳)

۳- موقعیت طرح مسئله آزاد: موقعیتی است که در آن از دانش‌آموزان خواسته می‌شود برای یک وضعیت واقعی یا طراحی شده<sup>۱۱</sup>، یک مسئله طرح کنند. استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) به منظور تشویق دانش‌آموزان برای تأمل بر تجارب قبلی خودشان، این نوع از تکالیف را مورد استفاده قرار دادند. به عنوان مثال، "یک مسئله طرح کنید تا معلم شما آن را حل کند" یا "برای بهترین دوست خود یک مسئله طرح کنید و از او بخواهید آن را حل

کند"، نمونه‌هایی از موقعیت‌های طرح مسئله آزاد به‌شمار می‌آیند.

ابوالوان (۲۰۰۲)، در مطالعه‌ای به بررسی تأثیر راهبردهای طرح مسئله بر عملکرد دانشجو معلمان ریاضی، پرداخت. او از انجام این مطالعه سه هدف عمده را پی‌گیری کرد:

۱- بررسی تأثیر استفاده از راهبردهای طرح مسئله بر عملکرد حل مسئله دانشجو معلمان ریاضی.

۲- شناسایی مهارت‌های طرح مسئله مورد نیاز، در کنار چهار مرحله حل مسئله پولیا، به منظور ارتقای عملکرد حل مسئله ریاضی دانشجو معلمان.

۳- توسعه فعالیت‌های آموزشی برای طرح و حل مسائل ریاضی به عنوان بخشی از برنامه آموزشی برای دانشجو معلمان.

ابوالوان (۲۰۰۲) همچنین برای مطالعه خود سه فرضیه بیان کرد:

۱- بین میانگین نمرات حل مسئله دانشجو معلمان گروه کنترل و آزمایش در آزمون پیشرفت تحصیلی تفاوت معناداری به نفع گروه آزمایش وجود دارد.

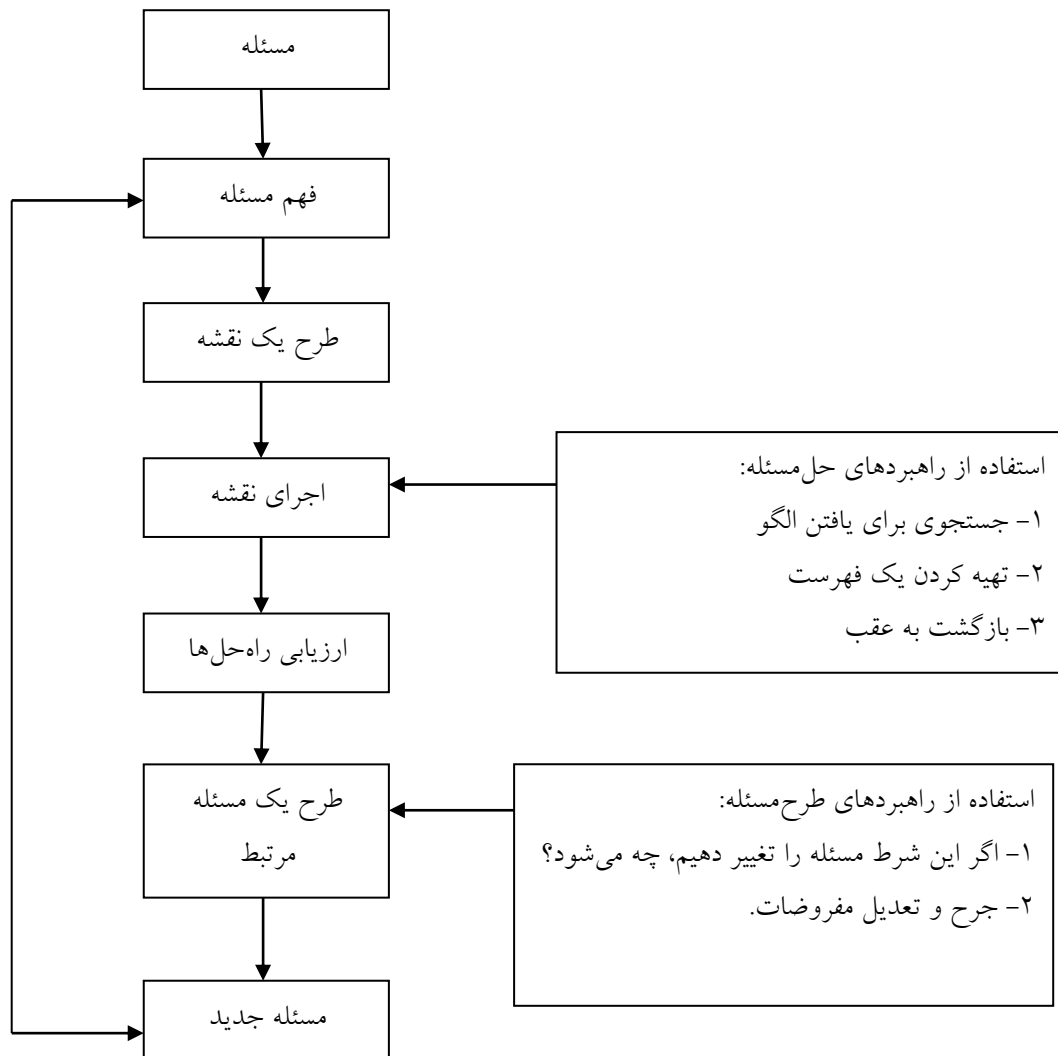
۲- بین میانگین نمرات طرح مسئله دانشجو معلمان گروه کنترل و آزمایش در آزمون پیشرفت تحصیلی تفاوت معناداری به نفع گروه آزمایش وجود دارد.

۳- بین میانگین نمرات دانشجو معلمان گروه کنترل و آزمایش در آزمون مسائل ریاضی (حل و طرح) تفاوت معناداری به نفع گروه آزمایش وجود دارد.

وی برای مطالعه خود از ۵۰ دانشجو معلم استفاده کرد که همه آنها دانشجوی سال سوم، در دانشکده علوم تربیتی بودند و در دوره "آموزش ریاضی ۲" ثبت‌نام کرده بودند. ابوالوان (۲۰۰۲) آنها را به دو دسته مساوی ۲۵ نفره تقسیم کرد و یکی را به عنوان گروه کنترل و دیگری را گروه آزمایش در نظر گرفت. او آزمونی شامل ۸ مسئله باز-پاسخ طراحی کرد. هر مسئله شامل سؤالی بود که از دانشجویان می‌خواست مسئله را حل کنند؛ و همچنین، بخشی که از آنها خواسته بود با تعمیم و توسعه مسئله اصلی، یک مسئله جدید طرح و آن را حل کنند. دانشجویان گروه آزمایش و کنترل در یک طرح شبه‌آزمایشی شرکت داده شدند که در آن از دانشجویان گروه کنترل خواسته می‌شد بر اساس چهار مرحله حل مسئله پولیا و با استفاده از راهبردهای مناسب به حل مسئله بپردازند. دانشجویان گروه آزمایش نیز راهبردهای حل مسئله را بر اساس مراحل چهارگانه پولیا مطالعه می‌کردند. در این تحقیق، مسائل دو گروه از منابع یکسان انتخاب شده بود، با این تفاوت که

بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۷۳

دانشجویان گروه آزمایش برای هر مسئله که به آنها ارائه می‌شد، باید یک مرحله، بیش از چهار مرحله پولیا را طی می‌کردند. این ۵ مرحله در شکل ۳ ارائه شده است.



شکل ۳: چارچوبی برای چرخه فعالیت‌های حل و طرح مسئله (ابوالوان، ۲۰۰۲، ص ۶۴)

دانشجویان گروه آزمایش برای طرح مسائل جدید بر مبنای مسئله اصلی می‌توانستند از این تکنیک‌ها استفاده کنند: (۱) تغییر مقادیر داده‌های مسئله مفروض، (۲) تغییر زمینه مسئله، و (۳) تغییر تعداد شرایط موجود در مسئله اصلی.

ابوالوان (۲۰۰۲) در نهایت یک آزمون پیشرفت به صورت هم‌زمان از هر دو گروه به عمل آورد و داده‌های به دست آمده را با استفاده از آزمون  $t$  مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. نتایج به دست آمده فرضیه‌های مطالعه را تأیید کرد. یعنی اجرای دوره شامل فعالیت‌های طرح مسئله، باعث ایجاد تفاوت معنادار در میانگین نمرات حل مسئله، طرح مسئله و مجموع مسائل (حل و طرح) دو گروه، به نفع گروه آزمایش شده بود. ابوالوان (۲۰۰۲) در پایان مطالعه خود ابراز داشت که در خصوص رابطه بین عملکرد حل مسئله و توانایی طرح مسئله در دانش‌آموزان، در تمامی سطوح، نیاز به انجام تحقیقات بیشتری است.

لی‌وی و شریکی (۲۰۰۷) جهت توسعه دانش ریاضی و مهارت حل مسئله دانشجو معلمان، به بررسی عملکرد ۲۵ دانشجو معلم ریاضی (۸ مرد و ۱۷ زن) - که در سال سوم دوره کارشناسی آموزش ریاضی بوده و واحد آموزش ریاضی را می‌گذراندند - پراختند. آنها در طول دوره، حل مسئله و طرح مسئله ریاضی را در محوریت فعالیت‌های آموزشی قرار دادند. لی‌وی و شریکی (۲۰۰۷) دریافتند که گنجانیدن فرایندهای طرح مسئله در فعالیت‌های آموزشی، فرصت خوبی برای توسعه‌ی دانش ریاضی و تحکیم مفاهیم اساسی موجود در ذهن دانشجو معلمان فراهم می‌آورد. آنها همچنین معتقدند که برای شکل‌گیری دانش و رشد اعتماد به نفس کافی در معلمان جهت اجرای فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس درس، در وهله اول خود معلمان باید این موقعیت‌ها را تجربه کنند.

یوان و سریرامن (۲۰۱۱) در یک مطالعه به بررسی ارتباط بین خلاقیت و توانایی طرح مسئله در گروهی از دانش‌آموزان چینی و آمریکایی پرداختند. آنها برای انجام این کار دو آزمون طرح مسئله و سنجش خلاقیت تورنس<sup>۱۲</sup> و همچنین یک آزمون با زمینه ریاضی برگزار کردند و همبستگی بین سه مؤلفه اصلی خلاقیت (انعطاف‌پذیری<sup>۱۳</sup>، بدیع بودن<sup>۱۴</sup> و سیالی<sup>۱۵</sup>) و پاسخ‌های دانش‌آموزان به تکالیف طرح مسئله را مورد آزمون قرار دادند. نتایج به دست آمده از تحلیل داده‌ها در مورد همبستگی بین خلاقیت و توانایی طرح مسئله برای چینی‌ها و آمریکایی‌ها متفاوت بود. در مورد دانش‌آموزان چینی، بین طرح مسئله و سه مؤلفه بدیع بودن، انعطاف‌پذیری و سیالی در آزمون شفاهی<sup>۱۶</sup> سنجش خلاقیت تورنس همبستگی معنادار وجود داشت. همچنین نتایج نشان داد که بین توانایی طرح مسئله این دانش‌آموزان و دو مؤلفه سیالی و انعطاف‌پذیری در آزمون تصویری<sup>۱۷</sup> تورنس ارتباط معنادار وجود دارد، ولی در مورد دانش‌آموزان آمریکایی بین توانایی طرح مسئله آنها و



بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۷۵

خلاقیتشان هیچ رابطه معناداری یافت نشد. آنها در پایان با اشاره به نتایج متفاوت بین دانش‌آموزان چینی و آمریکایی اذعان کردند که ماهیت طرح مسئله و خلاقیت، و همچنین رابطه‌ی بین این دو، موضوع پیچیده‌ای برای تحقیق هستند.

در یکی از مطالعات انجام شده در زمینه طرح مسئله در ایران، غیبی (۱۳۹۱) به بررسی مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در شهر تهران پرداخت. وی برای جمع‌آوری داده‌ها جهت بررسی مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان و مشکلات آنها در این زمینه، آزمون محقق ساخته‌ای شامل ۷ تکلیف طرح مسئله نیمه ساختاریافته مطابق با مدل استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) و در مورد چهار عمل اصلی طراحی کرد. غیبی (۱۳۹۱) پس از بررسی و تحلیل یافته‌ها، نتیجه گرفت دانش‌آموزان در طرح مسئله بسیار ضعیف، و فاقد ذهن منعطف هستند و در طرح مسئله، از مسائل ساده‌ای که اغلب در کتاب درسی‌شان وجود دارد استفاده می‌کنند. همچنین نتایج پژوهش وی نشان داد که دانش‌آموزان در طرح مسائل زمینه‌مدار و صورت‌بندی و مدل‌سازی مسائل دنیای واقعی تقریباً هیچ تجربه‌ای ندارند و این فقدان تجربه موجب کاربردی نبودن دانش آن‌ها در تمام زمینه‌ها، از جمله ریاضی است.

فرزند (۱۳۹۱) در پژوهشی به ارزیابی توانایی دانش‌آموزان در طرح مسائل ریاضی (هندسه)، و بررسی ارتباط طرح مسئله با خلاقیت و دانش ریاضی پرداخت. وی پس از اجرای دو مطالعه مقدماتی، تعداد ۷۱ دانش‌آموز پایه سوم متوسطه از مدارس استعداد درخشان شهر کرمان را مورد بررسی قرار داد. دانش‌آموزان شرکت‌کننده در پژوهش فرزند (۱۳۹۱) به دو آزمون ریاضی طرح مسئله و دانش ریاضی و یک پرسش‌نامه خلاقیت پاسخ دادند. همچنین با تعدادی از این دانش‌آموزان مصاحبه به عمل آمد. نتایج تحقیق فرزند (۱۳۹۱) نشان داد عملکرد دانش‌آموزان در طرح مسئله ریاضی امیدوارکننده است. نتایج تحقیق وی همچنین، حاکی از وجود ارتباط مثبت بین توانایی طرح مسئله و خلاقیت و دانش ریاضی است.

ون‌هارپن و پرزماگ<sup>۱۸</sup> (۲۰۱۳) در مطالعه دیگری رابطه دانش محتوایی ریاضی و توانایی طرح مسئله ریاضی را در بین سه گروه دانش‌آموز دبیرستانی، دو گروه از دانش‌آموزان چینی (۹۹ نفر) و یک گروه آمریکایی (۳۰ نفر)، مورد بررسی قرار دادند. آنها به منظور جمع‌آوری داده‌ها، از یک آزمون محتوای ریاضی و یک آزمون طرح مسئله

استفاده کردند. آزمون محتوایی ریاضی از آزمون ارزیابی ملی پیشرفت آموزشی (NAEP)<sup>۱۹</sup> ، (۲۰۰۵) اقتباس و شامل چهار حیطه محتوایی ریاضی: خواص اعداد و عملیات، اندازه‌گیری و هندسه، تحلیل داده‌ها و احتمال، و جبر بود. آزمون طرح مسئله نیز حاوی سه موقعیت طرح مسئله ساختاریافته، نیمه ساختاریافته و آزاد بود. پس از تجزیه و تحلیل داده‌ها، وقتی رابطه بین دانش محتوایی ریاضی و توانایی طرح مسئله ریاضی در هر گروه به صورت مجزا محاسبه شد، همبستگی معناداری وجود نداشت. اما وقتی ارتباط بین دو عامل فوق را روی هر سه گروه با هم به عنوان یک گروه محاسبه کردند، همبستگی بین توانایی طرح مسئله ریاضی و دانش محتوایی ریاضی معنادار بود. ون‌هارپن و پرزمنگ (۲۰۱۳) دلیل احتمالی این تضاد در نتایج را حجم کم نمونه‌ها ذکر کردند. لئونگ<sup>۲۰</sup> (۲۰۱۳) در تحقیق خود نحوه اجرای رویکرد آموزشی مبتنی بر طرح مسئله ریاضی را به معلمان آموزش داد و به مطالعه‌ی نتایج اجرای آن در کلاس‌های ریاضی پرداخت. وی در بخشی از جلساتی که با معلمان داشت به عنوان یک معلم عمل می‌کرد و از معلمان می‌خواست نقش دانش‌آموزان را ایفا کرده، تا یک موقعیت واقعی را شبیه‌سازی و اجرا کنند. لئونگ (۲۰۱۳) جهت کدگذاری مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، مسائل طرح شده را به پنج دسته تقسیم کرد: ۱- مسئله محسوب نمی‌شود. ۲- مسئله محسوب می‌شود ولی مسئله ریاضی نیست. ۳- مسئله ریاضی است ولی در دنیای واقعی غیرممکن است. ۴- اطلاعات داده شده کافی نیست. ۵- اطلاعات کافی و مسئله کامل است. لئونگ (۲۰۱۳) این پنج دسته را برای موقعیت ارائه شده در شکل ۴، با مثال‌هایی روشن ساخته است. مثال‌های وی در جدول ۱ بیان شده است.

وضعیت ارائه شده: یک کیک به ۸ قسمت مساوی بریده شده است. "واه"  $\frac{4}{8}$  ، "مینگ"  $\frac{2}{8}$  و "کنگ" نیز  $\frac{2}{8}$  کیک را خوردند.

شکل ۴: موقعیت طرح مسئله ارائه شده توسط لئونگ (۲۰۱۳)

بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۷۷

جدول ۱: کدگذاری مسائل طرح شده به وسیله دانش‌آموزان (لئونگ، ۲۰۱۳، ص ۱۰۸)

مثال	کد و نوع پاسخ دانش‌آموز
یک قوطی نوشابه در ۸ فنجان مساوی ریخته شد. "چین" $\frac{4}{8}$ ، "لیپ" $\frac{2}{8}$ و "جی" نیز $\frac{2}{8}$ لیتر نوشیدند.	۱- مسئله محسوب نمی‌شود
چه کسی کیک خورده؟	۲- مسئله ریاضی نیست
یک هندوانه به ۱۰ قسمت بریده شده است. مینگ $\frac{4}{8}$ ، "ینگ" $\frac{2}{8}$ و واه $\frac{3}{8}$ آن را خوردند. چقدر باقی‌مانده است؟	۳- غیرممکن است
یک کیک به ۸ قسمت مساوی بریده شده است. واه $\frac{4}{8}$ و مینگ $\frac{2}{8}$ کیک را خوردند. چقدر از کیک را کنگ خورده؟	۴- اطلاعات داده شده کافی نیست
بعد از اینکه دو خواهر من به ترتیب $\frac{2}{4}$ و $\frac{1}{4}$ از کیک را خوردند، چقدر کیک برای برادرم مانده است؟	۵- اطلاعات کافی و مسئله کامل است

لئونگ (۲۰۱۳) در پایان کار خود به این نتیجه رسید که اولین قدم عملی برای اجرای موفق طرح مسئله ریاضی در کلاس، استفاده از تکالیفی است که متناسب، هماهنگ و مکمل برنامه درسی باشد. او همچنین بر انجام تحقیقات بیشتر جهت بررسی نحوه اجرای صحیح و مؤثر طرح مسئله تأکید دارد.

مواردی که بیان شد اهمیت موضوع طرح مسئله را خاطرنشان می‌کنند. اما بنا بر تجربه و بررسی اجمالی نگارندگان، فعالیت‌های طرح مسئله در برنامه درسی و کتاب‌های ریاضی ایران به‌ندرت مورد توجه قرار گرفته است. از این رو، به نظر می‌رسد در کشورمان از ظرفیت‌های بالقوه‌ی انجام تکالیف طرح مسئله در کلاس‌های ریاضی، نفع چندانی نمی‌بریم. این در حالی است که لوری<sup>۸</sup> (۲۰۰۲) در مطالعه‌ی نشان داد معلم می‌تواند مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان را در کلاس درس پرورش دهد. بدیهی است که افزودن فعالیت‌های طرح مسئله در برنامه درسی نیازمند انجام مطالعات جدی و وسیع در سطح کشور است. آغاز مطالعات بهتر است با کسب آگاهی از سطح مهارت دانش‌آموزان و نیز

معلمان ریاضی در طرح مسئله باشد. هدف این پژوهش بررسی سطح عملکرد دانش‌آموزان سوم راهنمایی در طرح مسئله ریاضی و واکنش‌های آنها در این موقعیت‌ها است. امید است با انجام این پژوهش و مطالعات بیشتر در این زمینه، معلمان و دانش‌آموزان کشور ما نیز بتوانند به نحو مطلوب از انجام تکالیف طرح مسئله در کلاس‌های ریاضی بهره ببرند. هدف از انجام تحقیق حاضر، پاسخگویی به این دو سؤال است:

۱- عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت‌های طرح مسئله چگونه است؟

۲- دانش‌آموزان نسبت به موقعیت‌های مختلف طرح مسئله چه واکنشی نشان می‌دهند

و کدام موقعیت را ترجیح می‌دهند؟

بر مبنای مطالعات انجام شده و بررسی اولیه مسائل طرح شده به وسیله دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مطالعه، محققین به طراحی یک چارچوب پیشنهادی جهت طبقه‌بندی و بررسی مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان اقدام کردند. در این چارچوب، مسائل ریاضی قابل طرح در سه موقعیت طرح مسئله ساختاریافته، نیمه ساختاریافته و آزاد، به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته است تا از این طریق بتوان به درک دقیق‌تری از مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان در هر موقعیت دست یافت. چارچوب مذکور، در جدول ۲ تشریح شده است.

### روش

تحقیق حاضر، از نوع کیفی و روش آن توصیفی - تحلیلی با استفاده از تحلیل محتوا است. نمونه‌ی آماری شامل ۶۵ دانش‌آموز سوم راهنمایی پسر در باقرشهر است که نمونه‌ی در دسترس محسوب می‌شوند. به منظور جمع‌آوری داده‌ها، آزمونی محقق‌ساخته، بر اساس چارچوب استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، شامل سه موقعیت طرح مسئله (ساختاریافته، نیمه ساختاریافته و آزاد) در اختیار دانش‌آموزان قرار داده شد.

جدول ۲: چارچوب طراحی شده توسط محققین برای تعیین سطح مسائل طرح شده به وسیله

دانش‌آموزان

موقعیت طرح مسئله	سطح عملکرد	ساختاریافته	نیمه ساختاریافته	آزاد
۰	عدم درک موقعیت: این سطح مربوط به دانش‌آموزانی است که هیچ مسئله‌ای طرح نکرده‌اند، مسئله‌ای نامرتب با ساختار داده شده طرح کرده‌اند و یا به‌جای طرح مسئله جدید، به حل مسئله اصلی پرداخته‌اند.	عدم درک موقعیت: دانش‌آموزانی در این سطح قرار دارند که مسئله‌ای طرح نکرده‌اند، یا مسئله‌ای که طرح کرده‌اند با موقعیت ارائه شده ارتباط ندارد و یا مسائلی که طرح کرده‌اند، صحیح نیست.	عدم درک موقعیت: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که مسئله‌ای طرح نکرده‌اند، تعریف مسئله را به‌درستی درک نکرده‌اند، تفاوت مسئله با فعالیت را نمی‌دانند و یا مسائلی که طرح کرده‌اند، صحیح نیست.	
۱	تغییر کمیت یا متغیر: این سطح مربوط به دانش‌آموزانی است که برای طرح مسائل جدید، یا اعداد موجود در مسئله اصلی را عوض کردند یا علاوه بر عوض کردن اعداد، برخی متغیرهای دیگر مسئله اصلی را تغییر داده‌اند.	تغییر کمیت یا متغیر: این سطح مربوط به دانش‌آموزانی در این سطح قرار دارند که مسائل آنها از صحت صوری برخوردار است ولی با اطلاعات ارائه شده توسط طراح، حل‌پذیر نیست و یا وجود شرایط بیان شده در مسئله غیرممکن است (لئونگ، ۲۰۱۳).	صحت مسئله طرح شده، کافی نبودن اطلاعات یا غیرممکن بودن: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که صورت مسائل آنها از صحت برخوردار است ولی با اطلاعات ارائه شده، قابلیت حل ندارد و یا وجود شرایط بیان شده در مسئله غیرممکن است (لئونگ، ۲۰۱۳).	صحت مسئله طرح شده، کافی نبودن اطلاعات یا غیرممکن بودن: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که صورت مسائل آنها از صحت برخوردار است ولی با اطلاعات ارائه شده، قابلیت حل ندارد و یا وجود شرایط بیان شده در مسئله غیرممکن است (لئونگ، ۲۰۱۳).
۲	تغییر کمیت و بافت: این سطح مربوط به دانش‌آموزانی است که همزمان با تغییر اعداد یا متغیر، بافت مسئله اولیه را نیز، به منظور ایجاد مسئله جدید، تغییر داده‌اند.	صحت مسئله طرح شده و حل‌پذیری آن با اطلاعات مفروض: دانش‌آموزانی در این سطح قرار دارند که مسائل آنها از صحت برخوردار بوده و با اطلاعات ارائه شده قابلیت حل دارد ولی این مسائل صرفاً ریاضی است و در بافت‌های متنوع از دنیای واقعی طرح نشده است.	صحت مسئله طرح شده و حل‌پذیری آن با اطلاعات مفروض: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که مسائل آنها هم از صحت صوری و هم از قابلیت حل‌پذیری برخوردار است ولی این مسائل تاحدی ساده (تک مرحله)، و سطح دشواری آن پایین است.	صحت مسئله طرح شده و حل‌پذیری آن با اطلاعات مفروض: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که مسائل آنها هم از صحت صوری و هم از قابلیت حل‌پذیری برخوردار است ولی این مسائل تاحدی ساده (تک مرحله)، و سطح دشواری آن پایین است.

موقعیت طرح مسئله / سطح عملکرد	ساختاریافته	نیمه ساختاریافته	آزاد
۳	افزایش یا جرح و تعدیل: این سطح مربوط به دانش‌آموزانی است که با افزودن متغیر، شرایط یا محدودیت‌های جدید و یا با حذف برخی شرایط موجود، به طرح مسئله جدید اقدام کرده‌اند.	صحت مسئله طرح شده و حل‌پذیری آن با اطلاعات مفروض و طرح مسئله در بافت‌های متنوع: دانش‌آموزانی در این سطح قرار دارند که بر مبنای موقعیت ارائه شده، مسائل صحیح، حل‌پذیر و مطابق با واقعیت را در بافت‌های متنوعی از زندگی روزمره طرح کرده‌اند.	صحت مسئله طرح شده و حل‌پذیری آن با اطلاعات مفروض و پیچیدگی: در این سطح دانش‌آموزانی قرار می‌گیرند که مسائل طرح شده توسط آنها صحیح، حل‌پذیر و مطابق با واقعیت است و با اعمال محدودیت‌ها و داده‌های بیشتر، میزان دشواری مسائل خود را افزایش داده‌اند.

جهت بررسی روایی، آزمون در دو نوبت بین گروه‌هایی از دانش‌آموزان سوم راهنمایی توزیع و هر بار با توجه به پاسخ‌های دانش‌آموزان، نواقص محتوایی و صوری آزمون به کمک اساتید و معلمان ریاضی مشخص و برطرف شد. از این طریق نسبت به صریح و آشکار بودن موقعیت‌ها برای دانش‌آموزان اطمینان حاصل گشت. طرح مسئله از مهارت‌های تفکر محسوب می‌شود و ساخت شناختی افراد متأثر از وقایع محیطی، تغییرات نگرشی، دانشی، و مهارتی آنهاست و این عوامل پیوسته در حال تغییر هستند. از این رو، هر فرد ممکن است در موقعیت‌های مختلف به شیوه‌های متفاوتی فکر کند، بنابراین، بررسی پایایی آزمون با روش‌های آماری انجام نگرفت و تنها عملکرد دانش‌آموزان در طرح مسئله ریاضی بر اساس چارچوب پیشنهاد شده در این مطالعه، مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر آزمون طرح مسئله، پرسشنامه‌ای شامل ۳ سؤال بین ۳۲ دانش‌آموز از گروه نمونه توزیع شد. دلیل انتخاب این تعداد دانش‌آموز، عدم امکان توزیع پرسشنامه بین همه افراد گروه نمونه بود. هدف از این پرسشنامه، بررسی واکنش دانش‌آموزان به موقعیت‌های طرح مسئله و موقعیت‌هایی که ترجیح می‌دهند، بود.

#### یافته‌ها

##### الف: موقعیت ساختاریافته

برای بررسی توانایی دانش‌آموزان در این نوع موقعیت‌ها، مسئله بیان شده در شکل ۵

بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۸۱

به دانش‌آموزان ارائه و از آنها خواسته شد بر اساس این مسئله، هر چند مسئله که می‌توانند طرح کنند.

برای نقاشی یک ساختمان ۳ کارگر ۱۸ روز کار کردند. اگر تعداد کارگرها ۶ نفر بود، این کار چند روزه انجام می‌شد؟

شکل ۵: ارائه یک مسئله کامل به عنوان موقعیت طرح مسئله ساختاریافته

عملکرد دانش‌آموزان در این قسمت در جدول ۳ طبقه‌بندی شده است. لازم به ذکر است، اگر دانش‌آموزی برای یک موقعیت چند مسئله طرح کرده باشد، بالاترین سطح عملکرد در موقعیت مفروض، ملاک انتخاب سطح وی در نظر گرفته شده است.

جدول ۳: عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت ساختاریافته<sup>۲۱</sup>


تعداد مسائل طرح شده در این سطح از عملکرد	مثال	درک موقعیت و نوع مسئله طرح شده	سطح عملکرد
۱۷ (۲۶٪)	مسئله‌ای طرح نشده یا به حل مسئله اصلی پرداخته شده است.	عدم درک موقعیت	۰
۱۰ (۱۵٪)	۱- برای نقاشی یک ساختمان ۴ کارگر ۲۸ روز کار کردند. اگر تعداد کارگرها ۷ نفر بود، این کار چند روزه انجام می‌شد؟ ۲- برای نقاشی یک مدرسه ۶ کارگر ۳۶ روز کار کردند. اگر تعداد کارگرها ۳ نفر بود، این کار چند روزه انجام می‌شد؟	ایجاد تغییر در کمیت یا متغیر مسئله اصلی	۱
۳۸ (۵۹٪)	۱- برای بافت یک قالیچه زهرا و مادرش ۵۷ روز کار کردند. اگرخواهر زهرا هم به آنها کمک می‌کرد، قالیچه ظرف چند روز بافته می‌شد؟ ۲- در یک باغ سیب ۳ کارگر در یک روز ۱۲ تن سیب برداشت کردند اگر تعداد کارگران ۴ نفر بود چند تن سیب برداشت می‌شد؟ ۳- برای تمیز کردن خیابان، ۲ رفتگر یک خیابان را ۶ روزه تمام می‌کنند اگر ۳ نفر بودند چند روزه تمام می‌کنند؟	ایجاد تغییر در کمیت و بافت مسئله اصلی	۲

سطح عملکرد	درک موقعیت و نوع مسئله طرح شده	مثال	تعداد مسائل طرح شده در این سطح از عملکرد
۳	افزایش یا جرح و تعدیل مسئله اصلی	برای نقاشی یک ساختمان ۳ کارگر ۱۸ روز کار کردند. اگر بعد از گذشت ۴ روز ۲ نفر به تعداد کارگرها اضافه می‌کردیم، این کار چند روزه انجام می‌شد؟	۰

تعداد مسائلی که دانش‌آموزان در این موقعیت طرح کردند، با توجه به این که اکثر آنها برای اولین بار در چنین موقعیتی قرار گرفته بودند، قابل قبول به نظر می‌رسد. اما بیشتر مسائل، فاقد تنوع مورد انتظار بود و همانطور که در جدول ۳ ملاحظه می‌شود، هیچ‌یک از دانش‌آموزان برای طرح مسئله جدید از تغییر در کمیت و بافت، فراتر نرفته است. مهمترین نکته‌ای که از مسائل طرح شده به وسیله دانش‌آموزان در موقعیت ساختاریافته دریافت می‌شود، وابستگی شدید آنها به کتاب درسی و عدم وجود تجربه و اعتماد به نفس برای طرح ایده‌ها و مسائل جدید است. اکثر آنها با تکرار مسائل موجود در کتاب درسی فقط بافت مسائل را تغییر داده بودند و خبری از تغییرات ابتکاری و جدید در مسئله اصلی نبود.

#### ب: موقعیت نیمه ساختاریافته

برای ارزیابی مهارت دانش‌آموزان در این نوع تکالیف، موقعیت بیان شده در شکل ۶ به آنها ارائه شد.



برای شکل زیر هر تعداد مسئله که می‌توانید طرح کنید که در آن عدد ۴۰ به کار رفته باشد.

شکل ۶: استفاده از شکل به عنوان مبنای طرح مسئله در موقعیت نیمه ساختاریافته

عملکرد دانش‌آموزان در این قسمت در سطوح صفر، یک، دو و سه، دسته‌بندی و در جدول ۴ ارائه شده است. بر اساس این جدول، در موقعیت نیمه ساختاریافته ۵۴ نفر از دانش‌آموزان (حدود ۸۳٪) اصلاً مسئله طرح نکرده بودند یا مسئله آنها دارای شرایط خواسته شده نبود. این تعداد بسیار تأمل‌برانگیز است. چرا که دانش‌آموزان این تحقیق، هشتمین سال تحصیل خود را می‌گذراندند و احتمالاً با مسائل متنوعی در کلاس درس یا زندگی



بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۸۳

روزمره خود روبرو شده‌اند که ساختاری شبیه یا نزدیک به موقعیت ارائه شده در این بخش، داشته‌اند. چه بسا تعدادی از این مسائل را هم حل کرده باشند. بنابر این انتظار طرح مسائل مناسب و قابل توجه، به وسیله تعداد بیشتری از دانش‌آموزان، انتظار چندان زیادی به نظر نمی‌رسد. اما نه تنها اکثر آنها موفق به طرح مسئله نشدند، بلکه ۱۱ مسئله طرح شده در این موقعیت نیز، پایین‌تر از سطح دوره راهنمایی بود. شاید مهم‌ترین دلیل این ضعف عملکرد، فقدان تجربه در طرح مسئله ریاضی باشد. اکثر آنها طرح و ایده‌ای برای خلق یک مسئله جدید شامل شکل و عدد ۴۰ نداشتند.

جدول ۴: عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت نیمه ساختاریافته

تعداد مسائل طرح شده در این سطح عملکرد	مثال	درک موقعیت و نوع مسئله طرح شده	سطح عملکرد
۵۴ (۸۳٪)	<p>۱- من ۴۰ تا گردو دارم. ۱۰ تایی آن را به دوستم دادم چند تا برایم ماند؟</p> <p>۲- یک مستطیل داریم که به ۴۰ قسمت تقسیم شده است و ۳۹ تایی آن رنگ خورده چند قسمت آن رنگ نخورده است؟</p> <p>۳- ۴۰ مستطیل داریم اگر ۵ مستطیل نگه داریم و ۲ تایی آن را رنگ بزنیم کسر آن چند می‌شود.</p> <p>۴- در شکل روبرو ۴ مستطیل رنگ شده اگر بخواهیم تعداد بیشتری مستطیل داشته باشیم باید چه کار کرد؟</p>	عدم درک موقعیت	۰
۱ (۲٪)	<p>اگر مساحت مستطیل ۴۰ سانتی‌متر مربع باشد. طول ضلع مستطیل را به دست آورید؟</p>	مسئله طرح شده صحیح است ولی فاقد اطلاعات کافی برای حل است و یا غیرممکن است.	۱
۱۰ (۱۵٪)	<p>۱- اگر مساحت قسمت رنگی ۴۰ سانتی‌متر مربع باشد. مساحت کل شکل چقدر است؟</p> <p>۲- محیط این مستطیل را به دست آورید طول ۴۰</p>	مسئله طرح شده، صحیح است و با اطلاعات مفروض	۲

تعداد مسائل طرح شده در این سطح عملکرد	مثال	درک موقعیت و نوع مسئله طرح شده	سطح عملکرد
	سانتی‌متر و عرض ۲۰ سانتی‌متر است و بعد قسمت هاشور خورده مستطیل را به دست آورید؟	قابلیت حل شدن دارد ولی این مسائل در بافت‌های دنیای واقعی طرح نشده است.	
۰	کشاورزی قسمتی از زمین زراعی خود را مانند شکل فوق به گندم اختصاص داده است. اگر مساحت کل زمین او ۴۰ هکتار باشد. چند هکتار به کشت گندم اختصاص یافته است؟	مسئله طرح شده، صحیح است و با اطلاعات مفروض قابلیت حل شدن دارد و مسئله در بافت‌های متنوع طرح شده است.	۳

### ج: موقعیت آزاد

به منظور مطالعه توانایی دانش‌آموزان در چنین موقعیت‌هایی، عبارت بیان شده در  
شکل ۷ به آنها ارائه گردید.

موقعیت ارائه شده: "یک مسئله دشوار برای آزمون المپیاد مدرسه خود در پایه سوم راهنمایی،  
طرح کنید."

شکل ۷: عبارت ارائه شده به دانش‌آموزان به عنوان موقعیت طرح مسئله آزاد

عملکرد دانش‌آموزان در این قسمت در جدول ۵ خلاصه شده است.

جدول ۵: عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت آزاد

سطح عملکرد	درک موقعیت و نوع مسئله طرح شده	مثال	تعداد مسائل طرح شده در این سطح عملکرد
۰	عدم درک موقعیت	<p>۱- طول، عرض و ارتفاع مدرسه خود را بدست آورید.</p> <p>۲- سن علی <math>\frac{1}{3}</math> است ولی پدر او <math>\frac{2}{3}</math> . سن آنها را بنویسید؟</p> <p>۳- برای ساختن یک هواپیمای کوچک ۲۰ قطعه به کار می‌بریم و وزن همه آنها ۲۰۰ کیلوگرم است. موتور آن به‌تنهایی ۱۲۰ کیلوگرم وزن دارد.</p>	۴۲ (۶۵٪)
۱	مسئله طرح شده صحیح است ولی فاقد اطلاعات کافی برای حل است و یا غیرممکن است.	<p>۱- علی ۲ هزار تومان پول دارد و می‌خواهد برای خود ۵ مداد سیاه و ۵ مداد قرمز بخرد. چقدر از پول باقی می‌ماند؟</p> <p>۲- برای اینکه بتوانیم یک برج مانند برج میلاد را بسازیم اگر از ۱۰۰ کارگر حرفه‌ای کمک بگیریم به نظر شما این کار چقدر طول می‌کشد انجام شود؟</p> <p>۳- ۹۷۰ نفر عازم شهری بودند و هر روز ۳۷۹۵ کیلومتر را طی می‌کردند اگر در مدت ۱۹ روز به مقصد برسند مسافت دو شهر چند کیلومتر بوده است؟ اگر بخواهیم در ۱۷ روز به مقصد برسیم باید روزی چند کیلومتر طی کنیم؟</p>	۵ (۸٪)
۲	مسئله طرح شده صحیح و حل‌پذیر، ولی ساده (تک مرحله‌ای) است.	<p>۱- یک باغ هر سال ۲۵۶ کیلو میوه می‌دهد. این باغ در طول ۶ سال چند کیلو میوه می‌دهد.</p> <p>۲- راه مشهد تا تهران مثلاً ۱۰۰۰ کیلومتر است شما با سرعت ۷۰ کیلومتر در ساعت چقدر طول می‌کشد که به آنجا برسید؟</p>	۱۶ (۲۴٪)
۳	مسئله طرح شده صحیح و با اطلاعات داده شده حل‌پذیر است. علاوه بر این، نسبتاً پیچیده (چندمرحله‌ای) است.	<p>می‌خواهیم یک اتوبان به سمت قم از تهران به اندازه ۱۲۰ کیلومتر بسازیم و در این اتوبان هر ۲ کیلومتر یک درخت بکاریم. ضمناً برای هر ۴ کیلومتر جاده یک کارگر حساب کنید که ۲ درخت هم بکارد. تعداد درختان و کارگرها را جدا حساب کنید.</p>	۲ (۳٪)

در موقعیت آزاد شرایط قدری بهتر از شرایط نیمه ساختاریافته بود. شاید علت این سطح عملکرد، باز بودن دست دانش‌آموزان برای طرح مسئله بود. برخلاف موقعیت نیمه ساختاریافته، آنها خود را در محدودیت نمی‌دیدند و آزادانه تجارب و دانش ریاضی پیشین خود را برای طرح مسئله بکار می‌گرفتند. با وجود این، عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت آزاد هم در مجموع کمتر از حد انتظار بود. در واقع ۴۲ نفر (حدود ۶۵٪) از آنها یا چیزی ننوشتند یا نتوانسته بودند مسئله کاملی طرح کنند.

به منظور پاسخ به سؤال دوم تحقیق، در پرسشنامه‌ای که بین ۳۲ نفر از دانش‌آموزان نمونه آماری توزیع شد، به هر دانش‌آموز، این سه سؤال نیز داده و از آنها خواسته شد به دقت به هر سؤال پاسخ دهند:

۱- اولین بار که با سؤالات طرح مسئله روبرو شدید، چه احساسی داشتید؟

۲- کدام یک از سه سؤال برای شما سخت‌تر بود؟ چرا؟

۳- کدام یک از سه سؤال برای شما راحت‌تر بود؟ چرا؟

فراوانی نظر دانش‌آموزان در مورد سخت‌ترین و راحت‌ترین موقعیت در جدول ۶ خلاصه شده است.

جدول ۶: دیدگاه دانش‌آموزان درباره سخت‌ترین و ساده‌ترین موقعیت طرح مسئله

فراوانی نظر دانش‌آموزان		نوع موقعیت
سخت‌ترین سؤال بود	راحت‌ترین سؤال بود	
۰	۲۶ (۸۴٪)	موقعیت ساختاریافته (سؤال ۱ آزمون طرح مسئله)
۱۸ (۵۸٪)	۲ (۶٪)	موقعیت نیمه ساختاریافته (سؤال ۲ آزمون طرح مسئله)
۱۳ (۴۲٪)	۳ (۱۰٪)	موقعیت آزاد (سؤال ۳ آزمون طرح مسئله)

همانطور که جدول ۶ نشان می‌دهد، از نظر بیشتر دانش‌آموزان (۸۴٪)، موقعیت ساختاریافته ساده‌تر از دو موقعیت دیگر بود. آنها در مصاحبه اظهار داشتند که چون مسئله اصلی در اختیار آنها گذاشته شده بود، به راحتی می‌توانستند با تغییر اعداد و یا بافت آن،

بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی ۸۷

مسائل جدیدی طرح کنند. پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال اول جالب و تأمل‌برانگیز بود. اکثر آنها نوشته بودند برای اولین بار است که با چنین مسائلی روبرو شده‌اند. از این رو دچار سردرگمی و حتی اضطراب و استرس شده بودند. چند نمونه از پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال اول پرسشنامه در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷: نمونه‌هایی از پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات پرسشنامه

شماره سؤال	پاسخ دانش‌آموز
۱ (مواجهه با موقعیت طرح مسئله)	الف- اولین باری که مسئله طرح کردم تقریباً می‌شد گفت که خیلی خیلی این کارو دشوار می‌دونستم چرا که تا اون موقع، مسئله‌ای طرح نکرده بودم. ب- به کم احساس می‌کردم مسئولیتی روی دوشم است که احساس طقرباً [تقریباً] خوبی بود و به ذره ترسیدم. پ- من از کلاس اول ابتدایی تا الان اولین باری بود که با [این نوع] مسئله‌ها روبرو شدم خیلی تعجب کردم. ت- تعجب کردم و گفتم چرا من باید مسئله طرح کنم و حسایی عصبی شدم و از معلم خیلی ناراحت شدم. ث- اعصابم خورد شد و گفتم اصلاً ما که در این چند سال با حل مسئله و طرح مسئله کاری نداشتیم.
۲ (سخت‌ترین موقعیت)	الف- سؤال ۲، چون نمی‌توانستم مسئله‌ای طرح کنم که در آن عدد ۴۰ به کار رفته باشد. ب- سؤال ۲ چون ۵ مستطیل داده بود و گفته بودید ۴۰ در مسئله به کار رفته باشد. من ۴۰ از کجا بیاورم.
۳ (ساده‌ترین موقعیت)	الف- سؤال ۳ چون برای المپیاد باید مسئله‌ی سختی طرح می‌کردم و چون با طرح مسئله آشنا نبودم برام سخت بود. ب- سؤال ۳ چون حتی نمی‌دونستم که چی طرح کنم. سؤال یک چون می‌توانستیم با عوض کردن عددها و اسم‌ها و تغییر دادن صورت مسئله، مسئله‌های زیادی بسازیم. سؤال دوم چون از شکل استفاده شده بود. سؤال ۳ چون آن سؤال دل‌بخواه بود و هر مسئله‌ای که دلمان می‌خواست می‌توانستیم طرح کنیم.

### پاسخ به سؤالات تحقیق

#### سوال اول تحقیق: عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت‌های طرح مسئله چگونه است؟

با توجه به بررسی‌های انجام شده روی مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان، و فراوانی پاسخ آنها در هر موقعیت، در پاسخ به سؤال اول تحقیق می‌توان گفت، در موقعیت ساختاریافته مسائل متعددی در بافت‌های متفاوت طرح شده است. دلیل این امر را می‌توان این عامل دانست که دانش‌آموزان با مشاهده یک مسئله حاضر و کامل، کار دشواری برای طرح مسئله جدید نداشتند، چرا که با ایجاد تغییرات در کمیت‌ها و یا بافت مسئله به‌سادگی مسائل جدیدی طرح می‌کردند اما عمده این مسائل، تقلیدی از مسائل موجود در کتاب درسی آنها بود. دانش‌آموزان کمتر به دانش، مهارت‌ها و توانایی‌های درونی خود رجوع کرده بودند. در دو موقعیت آزاد و نیمه ساختاریافته درصد بالایی موفق به طرح یک مسئله صحیح هم نشده بودند. این ضعف عملکرد در موقعیت نیمه ساختاریافته بیشتر از دو موقعیت دیگر بود و ۵۴ نفر (۸۳٪) از گروه نمونه نتوانسته بودند حتی یک مسئله صحیح طرح کنند. به نظر می‌رسد درخواست برای طرح مسئله‌ای که همزمان شامل شکل و عدد ۴۰ باشد، طرح مسئله را برای آنها دشوار کرده بود. در موقعیت آزاد قید خاصی برای دانش‌آموزان در نظر گرفته نشد تا با آزادی بیشتری به مرور تجارب و دانش ریاضی خود بپردازند و مسائل مناسب و متنوعی طرح کنند. اما این آزادی عمل، نسبت به موقعیت نیمه ساختاریافته، نیز کارساز نبود و باز هم شاهد مسائل طرح شده‌ی بسیار کمی بودیم. در این موقعیت نیز، ۴۲ نفر (۶۵٪) موفق به طرح مسئله صحیح نشدند. ناتوانی دانش‌آموزان در این موقعیت، ضعف ناشی از عدم وجود تجربه کافی در طرح مسئله و خلق ایده‌های نو را بیش از پیش آشکار ساخت. در مجموع، عملکرد دانش‌آموزان ضعیف و پایین‌تر از حد انتظار است. مورد دیگری که در بررسی مسائل طرح شده به چشم می‌خورد، تأثیرپذیری مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان از شرایط محیطی و خانوادگی آنها بود. به عنوان نمونه، یکی از دانش‌آموزان که پدرش خیاط است، برای طرح مسئله در موقعیت ساختاریافته، مسئله‌ای شامل خیاطی و دوختن طرح کرده بود. یک دانش‌آموز افغانی هم یک مسئله طرح کرده بود که در آن، کارگران به حفر چاه مشغول بودند. بنابر این، تأثیرپذیری دانش‌آموزان از محیط خانوادگی، فرهنگ و دانش غیررسمی آنها، در طرح مسئله ریاضی نیز آشکار می‌شود.

### سؤال دوم تحقیق: دانش‌آموزان نسبت به موقعیت‌های مختلف طرح مسئله چه واکنشی نشان می‌دهند و کدام موقعیت را ترجیح می‌دهند؟

با توجه به پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات پرسشنامه مشخص شد که اکثر آنها تجربه رویارویی با موقعیت طرح مسئله را نداشته‌اند و در واقع برای اولین بار از آنان خواسته شده بود مسئله ریاضی طرح کنند. از این رو در آزمون طرح مسئله دچار سردرگمی و بی‌تکلیفی شده بودند. همچنین، از اینکه برای اولین بار مسئولیت بخش مهمی از فعالیت‌های ریاضی بر عهده آنها قرار گرفته بود راضی نبودند و سعی می‌کردند از زیر این مسئولیت شانه خالی کنند. این امر نیز می‌توانست به دلیل وابستگی آنها به معلم و کتاب درسی باشد، چرا که عادت کرده بودند یک مسئله برای آنها طرح شود و فقط به حل آن بپردازند. دانش‌آموزان موقعیت ساختاریافته را نسبت به دو موقعیت دیگر راحت‌تر می‌دانستند. دلیل اکثر آنها این بود که مسئله اصلی در اختیار آنها بوده و با ایجاد هر تغییری در کمیت‌ها و متغیرهای مسئله، می‌توانستند مسائل جدیدی طرح کنند. موقعیت نیمه ساختاریافته را نیز به عنوان سخت‌ترین موقعیت انتخاب کردند. بیشتر آنها اذعان داشتند طرح کردن مسئله‌ای که در آن همزمان شکل و عدد ۴۰ بکار رود، کار بسیار دشواری است. معهود دانش‌آموزانی که موقعیت آزاد را ساده‌ترین موقعیت می‌دانستند، دلیل خود را داشتن آزادی عمل برای طرح مسائل دلخواه و نبود قید و محدودیت اعلام کردند.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش که با روش توصیفی - تحلیلی انجام شده، عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این کار، ارزیابی توانایی آنها در طرح مسائل ریاضی، درک بهتر از آنچه در ذهن دانش‌آموزان می‌گذرد و نگرش آنها به طرح مسئله بود. برای انجام این تحقیق، از چارچوب استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) به منظور ارائه تکالیف طرح مسئله و از چارچوب طراحی شده توسط خود محققین، جهت بررسی مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان، استفاده شد. بر اساس چارچوب استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) سه موقعیت طرح مسئله (ساختاریافته، نیمه ساختاریافته و آزاد) در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت و از آنها خواسته شد بر مبنای موقعیت‌های ارائه شده مسائلی طرح کنند. مسائل طرح شده نیز بر اساس چارچوب

پیشنهاد شده در این مطالعه، طبقه‌بندی و تحلیل شد. علاوه بر آزمون طرح مسئله، یک پرسشنامه‌ی سه سؤالی بین ۳۲ نفر از دانش‌آموزان توزیع شد تا واکنش آنها به موقعیت‌های طرح مسئله نیز مشخص شود. بررسی مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان حاکی از عملکرد بهتر آنها در موقعیت ساختاریافته نسبت به دو موقعیت دیگر است. اما در مجموع، عملکرد طرح مسئله دانش‌آموزان در این مطالعه بسیار ضعیف بود، به طوری که بسیاری از آنها نتوانسته بودند حتی یک مسئله صحیح طرح کنند. نتایج مطالعه حاضر با برخی نتایج مطالعه غیبی (۱۳۹۱) مطابقت داشت. وی نیز در مطالعه خود به این نتیجه رسید که دانش‌آموزان در طرح مسئله بسیار ضعیف هستند و در طرح مسائل از مسائل ساده‌ای که اغلب در کتاب درسی‌شان وجود داشت استفاده کرده و یا واقعیت را کنار گذاشته بودند. در پاسخ به سؤالات پرسشنامه، اکثر دانش‌آموزان ابراز داشتند که برای اولین بار با چنین سؤالاتی روبرو شده‌اند و در آن هنگام دچار سردرگمی و در نتیجه ترس و اضطراب شده بودند. همچنین، اکثر آنها موقعیت ساختاریافته را برای طرح مسئله جدید راحت‌تر می‌دانستند. نتایج پژوهش حاضر، با بخشی از یافته‌های مطالعه کای و هوانگ (۲۰۰۲) همخوانی داشت. آنها نیز در تحقیق خود دریافته‌اند که در مدارس آمریکا و چین به ندرت از تکالیف طرح مسئله استفاده می‌شود و دانش‌آموزان تجربه زیادی در طرح مسائل ریاضی ندارند. با توجه به نتایج این تحقیق و بررسی یافته‌های سایر مطالعات انجام شده در زمینه طرح مسئله، مهم‌ترین دلایلی که می‌توانند باعث ضعف شدید در عملکرد دانش‌آموزان شده باشند، عبارتند از: ۱) فقدان یا کمبود فرصت‌هایی که خودشان به طرح مسئله بپردازند، ۲) وابستگی شدید به معلم و کتاب درسی، ۳) عدم وجود اعتماد به نفس و دانش کافی برای طرح مسئله ریاضی، ۴- یادگیری طوطی‌وار و درک روبه‌ای مفاهیم به جای درک مفهومی و کاربردی، ۵) عدم وجود خلاقیت و انعطاف لازم برای طرح مسئله، و ۶) عدم آگاهی معلمان از مزایای به‌کارگیری طرح مسئله در فرایند یاددهی - یادگیری و ارزیابی. بنا بر تجارب محققان پژوهش حاضر، در بیشتر کلاس‌های ریاضی، برای دانش‌آموزان فرصت‌های هدفمندی وجود ندارد که به طرح مسئله بپردازند و توانایی‌ها و خلاقیت خود را در این زمینه بروز دهند. این در حالی است که با ایجاد چنین فرصتی برای دانش‌آموزان می‌توان به عمق فهم آنها از مطالب تدریس شده پی برد، نقاط ضعف و قدرت آنها را مشخص کرد و حتی قوه خلاقیت و ابداع را در آنها تقویت کرد. همچنین طبیعی است



وقتی ذهن دانش‌آموزان برای طرح مسئله جدید به چالش کشیده شود، به درک عمیق‌تر و معناداری از موضوع مورد مطالعه دست یابند. بنابر این، استفاده از فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی مفید و مؤثر، و شاید ضروری، به نظر می‌رسد و دست‌اندرکاران تعلیم و تربیت نباید به سادگی از آن بگذرند، بلکه باید با کسب آگاهی از ماهیت این موضوع و توان بالقوه موجود در آن، طرح مسئله را به شیوه‌ای معقول و کارآمد در کتب درسی و کلاس‌های ریاضی دخیل سازند. باید توجه داشت که اجرای موفق و مؤثر فرایند طرح مسئله در کلاس‌های ریاضی در وهله نخست نیازمند آموزش معلمان در این زمینه است. به‌گونه‌ای که خود آنها قبل از انجام چنین فعالیت‌هایی، تجربه کافی در طرح مسئله را به دست آورده باشند. البته قبل از هر اقدام عملی در راستای ورود طرح مسئله به کلاس‌های ریاضی، انجام مطالعات بیشتر در این زمینه، به منظور شناسایی ابعاد مختلف این موضوع و ارتباط آن با سایر زمینه‌های آموزشی و پرورشی، یک ضرورت است. این‌گونه مطالعات می‌توانند در سطوح مختلف تحصیلی از ابتدایی تا دانشگاه و حتی در بین معلمان با اهدافی چون: بررسی ارتباط مهارت طرح مسئله با توانایی حل مسئله، ارتباط دانش محتوایی ریاضی دانش‌آموزان با مهارت‌های طرح مسئله آنها، بررسی میزان آگاهی معلمان از مزایا و نحوه بکارگیری طرح مسئله در فرایند آموزش، نحوه اجرای صحیح و مؤثر فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس‌های درس و... انجام شود. از این طریق می‌توان به درک کامل‌تری از فرایند طرح مسئله و نحوه اجرای آن، دست یافت که می‌تواند راهنمای عمل ما در اجرای صحیح و هدفمند آن در تدریس و حتی ارزیابی ریاضیات باشد.

#### یادداشت‌ها

1. Problem posing
2. Silver
3. Lavy & Shriki
4. The National Council of Teachers of Mathematics
5. Kilpatrick
6. Song, Yim, Shin & Lee
7. Yuan & Sriraman
8. Lowrie
9. Stoyanova & Ellerton
10. Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)
11. Contrived
12. Torrance Tests of Creative Thinking [TTCT]
13. Flexibility
14. Originality
15. Fluency
16. Verbal TTCT

17. Figural TTCT  
19. National Assessment of Educational Progress
18. Van Harpen & Presmeg  
20. Leung

۲۱. در مطالعه حاضر، مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان با فونت مجزا و بدون هیچ‌گونه تغییری ارائه شده و در سطوحی که مسئله‌ای توسط دانش‌آموزان طرح نشده، یک مسئله که انتظار طرح آن وجود داشته، توسط محققین ارائه گردیده است.

### منابع

#### الف. فارسی

- غیبی، تائیس (۱۳۹۱). بررسی فرایند طرح مسئله ریاضی دانش‌آموزان ابتدایی. پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- فرزند، منیره (۱۳۹۱). بررسی توانایی دانش‌آموزان در طرح مسئله ریاضی و رابطه آن با خلاقیت و دانش ریاضی (هندسه). پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید باهنر، دانشکده ریاضی و رایانه، کرمان.

#### ب. انگلیسی

- Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 25(1), 56-69.
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? – In: A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 123–147.
- Lavy, I., & Shriki, A. (2007). Posing problems as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.). *Proceedings of the 31<sup>st</sup>*

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, 129-136. Seoul: PME.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational studies in mathematics*, 83(1), 103-116.
- Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: The influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 87-98.
- National Assessment of Educational Progress (NAEP, 2005). Available at: <http://nces.ed.gov/nationsreprtcard/mathematics/>.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Song, S. H. Yim, J. H. Shin, E. J., & Lee, H. H. (2007). Posing problems with use the 'what if not?' strategy in nim game. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo. (Eds.). *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, 193-200. Seoul: PME.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education* (pp. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- TIMSS and PIRLS International Study Center (2003). *TIMSS 2003 released items: Eight grade mathematics*. Lynch School of Education, Boston College.
- Van Harpen, X. Y., & Presmeg, C. N. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational studies in mathematics*, 83(1), 117-132.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem posing abilities—Comparing Chinese and U.S students. In B. Sriraman, & K. Lee (Eds.), *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics* (pp. 5-28). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.